

Ετήσια Τεχνική Έκθεση

Έτος 2012



ΘΑΛΗΣ – Πολυτεχνείο Κρήτης

Πλατφόρμα προηγμένων μαθηματικών μεθόδων και λογισμικού για την επίλυση προβλημάτων πολλαπλών πεδίων (multi physics, multidomain) σε σύγχρονες υπολογιστικές αρχιτεκτονικές: Εφαρμογή σε προβλήματα Περιβαλλοντικής Μηχανικής και Ιατρικής (MATENVMED - MIS 379416)

Δράση 4.3

Επικύρωση Αποτελεσμάτων σε Προβλήματα Περιβαλλοντικής Μηχανικής



Περιεχόμενα

1	Σκοπός	3
2	Μεθοδολογία	3
2.1	Παράκτιος υδροφορέας περιοχής Βαθέως Καλύμνου	3
2.2	Υφαλμύριση παράκτιων υδροφορέων	3
2.3	Οι εξισώσεις του μαθηματικού μοντέλου	4
2.4	Αναλυτική λύση	6
2.5	Ο αλγόριθμος στοχαστικής βελτιστοποίησης ALOPEX II	7
2.6	Αποτελέσματα αριθμητικής προσομοίωσης	7
3	Συμπεράσματα	9
4	Μελλοντικές Δράσεις	9
5	Παραδοτέα	10
6	Συνεργασίες	10

1 Σκοπός

Κεντρική επιδίωξη της παρούσας δράσης αποτελεί αφενός μεν η επικύρωση των αποτελεσμάτων μας (αποδοτικότητα μεθόδων και λογισμικού) με ένα σημαντικό περιβαλλοντικό πρόβλημα, αυτό της διείσδυσης αλμυρού νερού στο εσωτερικό υδροφορέων γνωστό ως φαινόμενο της υφαλμύρισης, αφετέρου δε την ανάπτυξη λογισμικού για τη μελέτη της βέλτιστης διαχείρισης του υδροφορέα με υψηλής ακρίβειας μεθόδους αλλά και αλγορίθμους βελτιστοποίησης.

Την τρέχουσα περίοδο ξεκινήσαμε τη μελέτη της βέλτιστης διαχείρισης ενός αναλυτικού μοντέλου ορθογώνιου υδροφορέα μέσω του στοχαστικού αλγορίθμου βελτιστοποίησης ALOPEX II.

2 Μεθοδολογία

Ο βασικός στόχος της εργασίας αυτής είναι η διερεύνηση της δυνατότητας εφαρμογής ενός στοχαστικού αλγορίθμου βελτιστοποίησης στο πρόβλημα ελέγχου των αντλήσεων γλυκού νερού στο εσωτερικό ενός υδροφορέα. Η αρχική μας μελέτη, την περίοδο αυτή, αναφέρεται στην συμπεριφορά του στοχαστικού αλγορίθμου βελτιστοποίησης AL.O.P.EX. ALgorithm Of Pattern EXtraction) II, με τον οποίο μέλη της ερευνητικής ομάδας έχουν πειραματιστεί στο παρελθόν σε προβλήματα πραγματικού χρόνου (βλ. [4]) με εξαιρετικά αποτελέσματα, και ένα δοκιμαστικό υδροφορέα ορθογώνιας γεωμετρίας, που προσεγγίζει έναν πραγματικό υδροφορέα ευρισκόμενο στην περιοχή Βαθύ της Καλύμνου.

2.1 Παράκτιος υδροφορέας περιοχής Βαθέως Καλύμνου

Στη Καλύμνου βρίσκεται ο υδροφορέας που παρουσιάζεται στο Σχήμα 1. Για διευκόλυνση της διαδικασίας μοντελοποίησης θεωρούμε ότι ο υδροφορέας αυτός μπορεί να προσεγγιστεί από έναν υδροφορέα ορθογώνιας γεωμετρίας, με ενιαία τιμή υδραυλικής αγωγιμότητας στο εσωτερικό του.

2.2 Υφαλμύριση παράκτιων υδροφορέων

Η ροή του νερού στο εσωτερικό ενός υδροφορέα είναι μια σύνθετη διαδικασία, καθώς συνυπάρχουν δύο διαφορετικές καταστάσεις του νερού, με υδραυλικές ιδιότητες που εμφανίζουν μεγάλη διακύμανση κατά μήκος του υδροφορέα. Στην παρούσα εργασία ακολουθούμε τη μοντελοποίηση που συναντάμε στο [2], η οποία βασίζεται:





(α') Το Ελληνικό νησί της Καλύμνου.

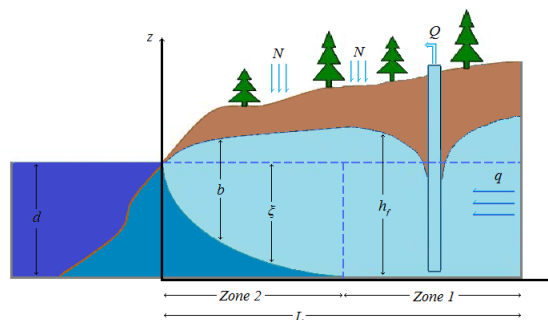
(β') Ππροσέγγιση ορθογώνιας γεωμετρίας του πραγματικού υδροφορέα στο νησί της Καλύμνου.

Σχήμα 1: Παράκτιος υδροφορέας γλυκού νερού στην περιοχή Βαθύ Καλύμνου.

- στην προσέγγιση Sharp Interface, δηλαδή δεχόμαστε ότι δεν υπάρχει απευθείας ανάμειξη γλυκού και αλμυρού νερού στο εσωτερικό του υδροφορέα
- στην εξίσωση των Ghyben-Herzberg η οποία, υποθέτοντας ότι η ροή του νερού προσεγγίζει την σταθερή κατάσταση (steady state), υπολογίζει την καμπύλη διεπαφής μεταξύ του αλμυρού και γλυκού νερού.

2.3 Οι εξισώσεις του μαθηματικού μοντέλου

Το μοντέλο προσομοίωσης Sharp Interface έχω ως βασική παραδοχή την μη-ανάμειξη γλυκού και αλμυρού νερού στη ζώνη 2 (βλέπε Σχήμα 2). Επιπρο-



Σχήμα 2: Παράκτιος υδροφορέας γλυκού νερού. Παράμετροι μοντελοποίησης.

	<p>ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ επένδυση στην κοινωνία της γνώσης</p>	
<p>Ευρωπαϊκή Ένωση Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο</p>	<p>ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ</p>	<p>πρόγραμμα για την ανάπτυξη ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ</p>
<p>Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης</p>		

σθέτως, θεωρώντας ότι η ροή του νερού φτάνει σε steady state κατάσταση έπειτα από κάποιο χρονικό διάστημα, μας δίνεται η δυνατότητα να χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση των Ghyben-Herzberg:

$$h_f - d = \delta \xi, \quad \delta := \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} \approx 0.025 \quad (1)$$

όπου ρ_s και ρ_f δηλώνουν τις πυκνότητες του αλατισμένου και του γλυκού νερού αντίστοιχα.

Η βασική εξίσωση του μοντέλου είναι η ακόλουθη:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(Kb \frac{\partial h_f}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(Kb \frac{\partial h_f}{\partial y} \right) + N - Q = 0, \quad (2)$$

όπου το b ικανοποιεί τις σχέσεις:

$$\text{Zone 1: } b = h_f, \quad (3)$$

$$\text{Zone 2: } b = h_f - d + \xi.$$

Το δυναμικό ροής $\phi = \phi(x, y)$ (βλέπε [2, 3]) στο εσωτερικό του υδροφορέα ορίζεται ως εξής:

$$\text{Zone 1: } \phi = \frac{1}{2} (h_f^2 - (1 + \delta)d^2), \quad (4)$$

$$\text{Zone 2: } \phi = \frac{1+\delta}{2\delta} (h_f - d)^2,$$

ενώ στην περιοχή του μετώπου της υφάλμυρης σφήνας, όπου $\xi = d$:

$$\phi_\tau = \phi(x_\tau, y_\tau) = \frac{(1 + \delta)\delta}{2} d^2. \quad (5)$$

Το δυναμικό ροής $\phi = \phi(x, y)$ είναι μια συνεχής και ομαλή συνάρτηση κατά μήκος του συνόρου των ζωνών 1 και 2, ικανοποιώντας την εξίσωση:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + N - Q = 0, \quad (6)$$

με Dirichlet συνοριακές συνθήκες $\phi = 0$ κατά μήκος της ακτογραμμής ($x = 0$) και Neumann συνοριακές συνθήκες $\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$ στις περιοχές όπου δεν εμφανίζεται εισροή ύδατος στον υδροφορέα.

Εάν οι τιμές των παραμέτρων K , N , Q και οι συνοριακές συνθήκες είναι γνωστές, η προηγούμενη εξίσωση μπορεί να επιλυθεί ως προς $\phi(x, y)$, χρησιμοποιώντας αναλυτικές ή αριθμητικές μεθόδους.

$$\text{Zone 1: } z = 0, \quad h_f = \sqrt{2\phi + (1 + \delta)d^2}, \quad \text{for } \frac{(1+\delta)\delta}{2}d^2 \leq \phi,$$

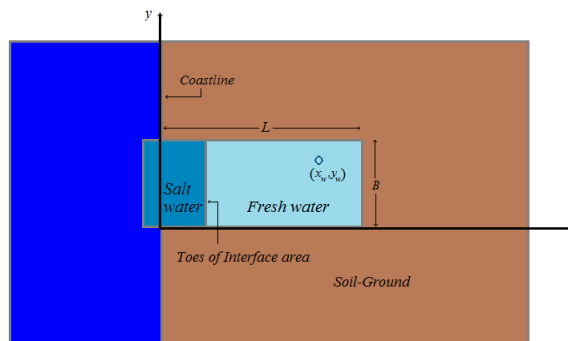
$$\text{Zone 2: } z = d - \xi, \quad \xi = \sqrt{\frac{2\phi}{\delta(1+\delta)}} \quad \text{and} \quad h_f = \sqrt{\frac{2\delta\phi}{1+\delta}} + d, \quad \text{for } 0 \leq \phi \leq \frac{(1+\delta)\delta}{2}d^2, \quad (7)$$



Το μέτωπο της υφάλμυρης σφήνας μπορεί να υπολογισθεί, επιλύοντας ως προς x_τ την μη-γραμμική εξίσωση (5) που παρουσιάσαμε παραπάνω.

2.4 Αναλυτική λύση

Η παρούσα εργασία εστιάζεται στη μελέτη ομοιογενών υδροφορέων (ως προς την παράμετρο της υδραυλικής αγωγιμότητας), ορθογώνιας γεωμετρίας, πεπερασμένου μεγέθους, με ένα άκρο στη θάλασσα και τρία άλλα αδιαπέραστα σύνορα. Η αναλυτική λύση της ροής δυναμικού που παρουσιάζεται στις εργασίες



Σχήμα 3: Ομοιογενής υδροφορέας ορθογώνιας γεωμετρίας.

των Strack ([3]) και Μαντόγλου ([2]), χρησιμοποιείται στο σημείο αυτό ως βασική εξίσωση εργασίας:

$$\begin{aligned} \phi(x, y) = & \frac{q}{K}x + \frac{N}{K}x(L - \frac{x}{2}) + \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^M \frac{Q_j}{4\pi K} \ln \left(\frac{a_{i,j}(x) + b_{k,j}(y)}{a_{i+1,j}(x) + b_{k,j}(y)} \right) + \\ & + \sum_{n=1}^2 \sum_{k=3}^6 \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^M \frac{Q_j}{4\pi K} \ln \left(\frac{a_{i,j}(x) + b_{k,n,j}(y)}{a_{i+1,j}(x) + b_{k,n,j}(y)} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

όπου

$$\begin{aligned} a_{1,j}(x) &:= (x - x_j)^2 & b_{1,j}(y) &:= (y - y_j)^2 \\ a_{2,j}(x) &:= (x + x_j)^2 & b_{2,j}(y) &:= (y + y_j)^2 \\ a_{3,j}(x) &:= (x - (2L - x_j))^2 & b_{3,n,j}(y) &:= (y - (2nB - y_j))^2 \\ a_{4,j}(x) &:= (x - (2L + x_j))^2 & b_{4,n,j}(y) &:= (y - (2nB + y_j))^2 \\ a_{5,j}(x) &:= (x + (2L + x_j))^2 & b_{5,n,j}(y) &:= (y + (2nB - y_j))^2 \\ a_{6,j}(x) &:= (x + (2L - x_j))^2 & b_{6,n,j}(y) &:= (y + (2nB + y_j))^2 \end{aligned} \quad (9)$$

Τα Q_j δηλώνουν ρυθμούς άντλησης (m^3/day) της $j - th$ ενεργούς γεώτρησης $w_j, j = 1, \dots, M$, με συντεταγμένες (x_j, y_j) .

2.5 Ο αλγόριθμος στοχαστικής βελτιστοποίησης ALOPEX II

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης της διαδικασίας αντλήσεων, όπως παρατίθεται στην εργασία [2], έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\begin{aligned} \max: \quad & S \equiv S(\mathbf{Q}) = \sum_{i=1}^M Q_i \\ \text{s.t.:} \quad & 0 \leq \underline{Q}_i \leq Q_i \leq \bar{Q}_i < Q_A \\ & S(\mathbf{Q}) \leq Q_A \\ & x_{\tau,i} \leq x_i \quad i = 1, \dots, M \end{aligned} \quad (10)$$

όπου S δηλώνει την αντικειμενική συνάρτηση, \underline{Q}_i και \bar{Q}_i είναι οι ελάχιστες και μέγιστες δυνατότητες αντλήσεως, αντίστοιχα, της i^{th} γεωτρήσεως, Q_A είναι η συνολική δυνατότητα αντλήσεως από ολόκληρο τον υδροφορέα, $x_{\tau,i}$ είναι η x -συντεταγμένη του υφάλμυρου μετώπου απέναντι από την i^{th} γεώτρηση και d_s μια προκαθορισμένη απόσταση ασφάλειας.

Ο αλγόριθμος στοχαστικής βελτιστοποίησης που χρησιμοποιούμε, όπως αναφέραμε και προηγουμένως, είναι η έκδοση ALOPEX II, με εξίσωση:

$$\mathbf{Q}^{(k)} = \mathbf{Q}^{(k-1)} + c\Delta S^{(k-1)}\Delta\mathbf{Q}^{(k-1)} + \mathbf{g}^{(k)}, \quad k = 2, 3, \dots \quad (11)$$

όπου

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{Q}^{(k)} &= \mathbf{Q}^{(k)} - \mathbf{Q}^{(k-1)} \\ \Delta S^{(k)} &= S(\mathbf{Q}^{(k)}) - S(\mathbf{Q}^{(k-1)}) \end{aligned} \quad (12)$$

Οι παράμετροι c και $\mathbf{g}^{(k)}$, οι τιμές των οποίων διαμορφώνονται έπειτα από πλήθος αριθμητικών μοντελοποιήσεων και δοκιμών, αντιπροσωπεύουν τη συνεισφορά των προηγούμενων επαναλήψεων του ALOPEX στην εύρεση των αποτελεσμάτων της τελευταίας επανάληψης.

2.6 Αποτελέσματα αριθμητικής προσομοίωσης

Ανάμεσα στο μεγάλο αριθμό προσομοιώσεων έχουν πραγματοποιηθούν για να δοκιμαστεί η στοχαστική διαδικασία διαχείρισης αντλήσεων που περιγράφεται στις προηγούμενες παραγράφους, στην ενότητα αυτή επιλέχθηκε προς παρουσίαση μία ενδεικτική.

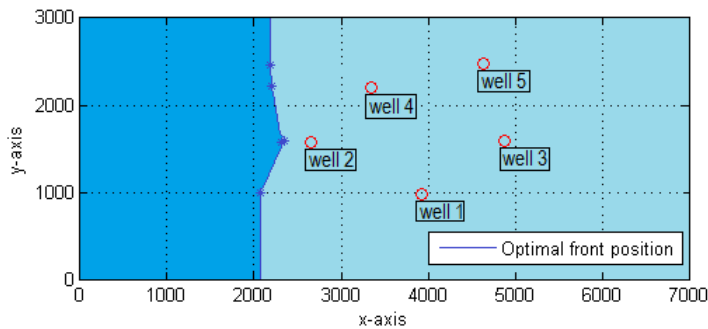
Οι θέσεις των πηγαδιών άντλησης καθώς και τα χαρακτηριστικά του υδροφορέα είναι τα ίδια με εκείνα που περιλαμβάνονται στην εργασία [2]. Έτσι, ο υδροφορέας διαθέτει 5 ενεργές γεωτρήσεις τοποθετημένες στις συντεταγμένες $(x_1, y_1) = (2657, 1572)$, $(x_2, y_2) = (3353, 2200)$, $(x_3, y_3) = (3932, 975)$, $(x_4, y_4) = (4632, 2470)$ και $(x_5, y_5) = (4873, 1586)$, ενώ οι τιμές των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται σε αυτήν τη διαδικασία παρουσιάζονται αναλυτικά στον Πίνακα 1 που ακολουθεί.



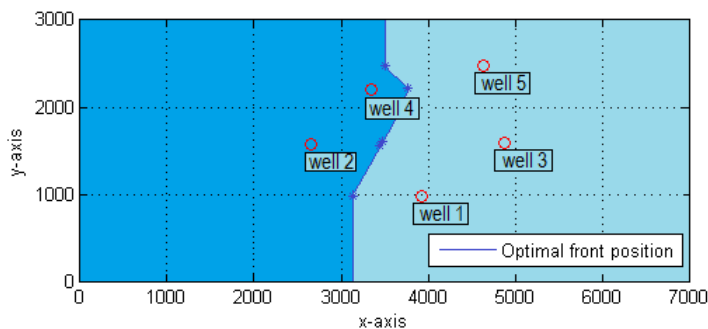
Πίνακας 1: Χαρακτηριστικά υδροφορέα Καλύμνου.

Χαρακτηριστικά Υπόγειου Υδροφορέα		Χαρακτηριστικά Πηγαδιών Αντλησης
$L = 7000m$	$W = 3000m$	$\bar{Q}_A = 15000m^3/day$
$K = 100m/day$	$N = 30mm/year$	$\bar{Q}_j = 2500m^3/day, j = 1, \dots, 5$
$q = 1.23m^2/day$	$d = 25m$	$\underline{Q}_j = 200m^3/day, j = 1, \dots, 5$

Στο Σχήμα 4, που ακολουθεί, παρουσιάζεται μία τυπική απεικόνιση του μετώπου διεπαφής μεταξύ του αλμυρού και γλυκού νερού στο εσωτερικό του υδροφορέα, ενώ στο Σχήμα 5 το αποτέλεσμα μετά από μικρές διαταραχές στις αντλήσεις αποδεικνύοντας την αστάθεια και ευαισθησία στον υπολογισμό των προτεινομένων βέλτιστων αντλήσεων.



Σχήμα 4: Υφάλμυρο μέτωπο χρησιμοποιώντας τις βέλτιστες αντλήσεις.



Σχήμα 5: Υφάλμυρο μέτωπο χρησιμοποιώντας τις βέλτιστες αντλήσεις.

Στη συνέχεια, στο Σχήμα 6, παρουσιάζουμε γραφικές παραστάσεις απεικόνισης της τυπικής ασυμπτωτικής συμπεριφοράς του ALOPEX σε έναν κύκλο 2000 επαναλήψεων του. Η σύγκλιση του στη βέλτιστη τιμή είναι σχετικά αργή αλλά σταθερή.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

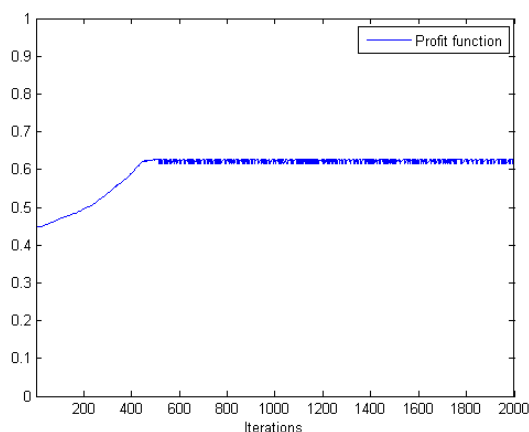
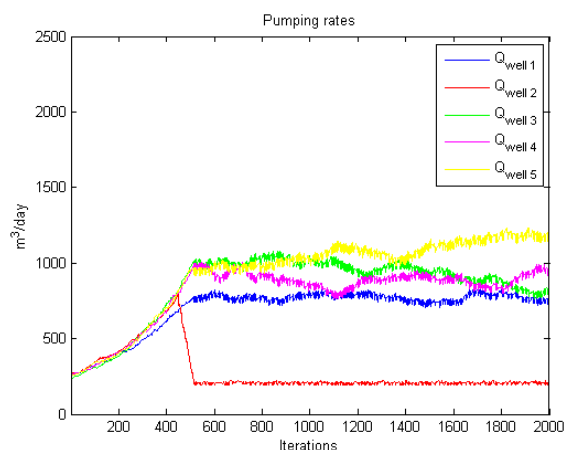


ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

(α') Συμπεριφορά της συνάρτησης $P(Q^{(k)})$.(β') Τιμές αντλήσεων Q_i .

Σχήμα 6: Συμπεριφορά του ALOPEX II σε έναν κύκλο 2000 επαναλήψεων.

3 Συμπεράσματα

Ο αλγόριθμος στοχαστικής βελτιστοποίησης ALOPEX II, φαίνεται ευέλικτος και ικανός να διαχειριστεί ένα σύστημα αντλήσεων, υπό την έννοια να προσφέρει στην τοπική κοινότητα μία ικανοποιητική ποσότητα γλυκού νερού, χωρίς να διακινδυνεύουν οι γεωτρήσεις της περιοχής από το φαινόμενο της υπαλμύρισης. Χρήζει όμως σημαντικών βελτιώσεων ώστε να μπορέσει να ανταποκριθεί αποτελεσματικά. Πρέπει επίσης να διασφαλιστεί ότι το μέτωπο αλμυρού νερού παραμένει σε απόσταση ασφαλείας από όλες τις γεωτρήσεις της περιοχής, ενώ ταυτόχρονα ο ALOPEX σε κάθε του βήμα αυξάνει τις αντλήσεις των γεωτρήσεων, μέχρι το σημείο της μεγιστοποίησής τους, υπό την ισχύ τοπικών φυσικών περιορισμών του υδροφορέα.

4 Μελλοντικές Δράσεις

Από τις προσομοιώσεις της τρέχουσας περιόδου προκύπτουν οι εξής στόχοι για το επόμενο διάστημα:

- Κατασκευή νέας συνάρτησης κόστους ικανής να ανταποκρίνεται στους όρους feedback του ALOPEX.
- Ενίσχυση των κριτηρίων βελτιστοποίησης ώστε να δίδεται η δυνατότητα ελέγχου της απόστασης του μετώπου από τα πηγάδια άντλησης.

- Κατασκευή ενός αποτελεσματικού συστήματος *penalty* για τον έλεγχο εξέλιξης της διαδικασίας βελτιστοποίησης ALOPEX.
- Βελτιστοποίηση των παραμέτρων του αλγορίθμου ALOPEX ώστε να επιταχυνθεί η σύγκλισή του.
- Κατασκευή κριτηρίων τερματισμού της διαδικασίας βελτιστοποίησης.

Όλα να παραπάνω πρέπει επίσης να πλαισιωθούν και από μία ανάλυση ευαισθησίας και ευστάθειας των υπολογισμών μας.

5 Παραδοτέα

- Τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας παρουσιάστηκαν στο συνέδριο *NumAn2012 Conference in Numerical Analysis. Recent Approaches to Numerical Analysis. Theory, Methods and Applications*, September 5-8, Ioannina, 2012, υπό τον τίτλο: P. Stratis, E. Papadopoulou, Y. Saridakis, *Stochastic optimization in pumping management in coastal aquifers*.
- Η παρούσα Ετήσια Τεχνική Έκθεση του Προγράμματος, που αφορά τη Δράση 4.3 για το έτος 2012.

6 Συνεργασίες

Η παρούσα εργασία όπως και η δημοσίευσή της που ακολούθησε, είναι προϊόν συνεργασίας των παρακάτω μελών του Πολυτεχνείου Κρήτης:

- Ι. Σαριδάκης, Καθηγητής, Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης
- Γ. Καρατζάς, Καθηγητής, Σχολή Μηχανικών Περιβάλλοντος, Πολυτεχνείο Κρήτης
- Ε. Παπαδοπούλου, Καθηγήτρια, Σχολή Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης
- Π. Στρατής, Υποψήφιος Διδάκτορας, Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνείο Κρήτης



Αναφορές

- [1] E. Harth, E. Tzanakou, *Alopex: A stochastic method for determining visual receptive fields*, Vision Research, 14, pp.1475, B1482, 1974.
- [2] A. Mantoglou, *Pumping management of coastal aquifers using analytical models of saltwater intrusion*, Water Resources Research, ISSN 0043-397, 39(12), 2003.
- [3] O.D.L. Strack, *Groundwater Mechanics*, Prentice Hall, 1989.
- [4] M. Zakyntinaki and Y. Saridakis, *Stochastic optimization for a tip-tilt adaptive correcting system*, Comp. Phys. Commun., 150(3) 274, 2003.