Ετήσια Τεχνική Έκθεση

Έτος 2013

ΘΑΛΗΣ – Πολυτεχνείο Κρήτης

Πλατφόρμα προηγμένων μαθηματικών μεθόδων και λογισμικού για την επίλυση προβλημάτων πολλαπλών πεδίων (multi physics, multidomain) σε σύγχρονες υπολογιστικές αρχιτεκτονικές: Εφαρμογή σε προβλήματα Περιβαλλοντικής Μηχανικής και Ιατρικής (MATENVMED- MIS 379416)

Δράση 2.3

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ/ΝΤΕΤΕΡΜΙΝΙΣΤΙΚΕΣ ΥΒΡΙΔΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Περιεχόμενα

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

1 Σκοπός

1.1 Συνοπτική παρουσίαση

Σύμφωνα με το τεχνικό δελτίο του έργου η δράση της παρούσας έκθεσης συνοψίζεται ως εξής.

Τίτλος Δράση 2.3: ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ/ΝΤΕΤΕΡΜΙΝΙΣΤΙΚΕΣ ΥΒΡΙΔΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ

Σύντομη περιγραφή: Ανάλυση, ανάπτυξη και υλοποίηση υβριδικών μεθόδων, οι οποίες συνδυάζουν στοχαστικούς αλγορίθμους τύπου Monte Carlo και ντετερμινιστικούς αλγορίθμους διακριτοποίησης, για την επίλυση σύνθετων προβλημάτων ΜΔΕ.

Παραδοτέα:

- 2.3.1 Τεχνική έκθεση
- 2.3.2 Δημοσίευση τουλάχιστον τριών (3) επιστημονικών άρθρων σε διεθνή επιστημονικά περιοδικά ή/και πρακτικά διεθνών συνεδρίων.
- 2.3.3 Λογισμικό

Αναλυτικότερη περιγραφή: Η βασική ερευνητική δραστηριότητα που θα αναπτυχθεί στοχεύει στην ανάπτυξη υβριδικών μεθόδων επίλυσης σύνθετων προβλημάτων ΜΔΕ οι οποίες θα αποτελούνται από τον συνδυασμό μίας στοχαστικής διαδικασίας τύπου Monte Carlo, για να κατατμήσει το αρχικό σύνθετο πρόβλημα ΜΔΕ σε ένα σύνολο πλήρως ανεξάρτητων μεταξύ τους υποπροβλημάτων, καθώς και ντετερμινιστικών μεθόδων (πεπερασμένων στοιχείων, πεπερασμένων διαφορών) για τον υπολογισμό προσεγγιστικών λύσεων των υποπροβλημάτων. Αισιοδοξούμε ότι θα μπορέσουμε να δημιουργήσουμε ένα γενικό πλαίσιο για την επίλυση σύνθετων προβλημάτων (και όχι μόνον) αλλά και ένα πρακτικό εργαλείο για την προσομοίωσης τους. Η υλοποίηση των σχημάτων αυτών σε σύγχρονα παράλληλα υπολογιστικά περιβάλλοντα παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον, διότι, πέρα από τον εγγενή παραλληλισμό των στοχαστικών μεθόδων, τα εν λόγω σχήματα έχουν διάφορα επιπρόσθετα ελκυστικά χαρακτηριστικά όσο αφορά την δυνατότητα παραλληλισμού τους, όπως μικρό λόγο υπολογισμών/επικοινωνίας, ευέλικτους μηχανισμούς ελέγχου ροής, δυνατότητα εύκολης υλοποίησης σε διάφορα υπολογιστικά πρότυπα (multithreading, cluster, web services, κ.λ.π.). Η ερευνητική ομάδα του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας (2η Ερευνητική Ομάδα) είναι η κύρια ομάδα εργασίας που θα υλοποιήσει το μεγαλύτερο μέρος της παρούσας δράσης, θα συγγράψει και θα δημοσιεύσει τα ερευνητικά αποτελέσματα, και θα συντάξει την σχετική Τεχνική Έκθεση για την περιγραφή των επιστημονικών δραστηριοτήτων και των ερευνητικών αποτελεσμάτων του έλαβαν χώρα στα πλαίσια της παρούσας δράσης.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

2 Μεθοδολογία

Στόχος των δραστηριοτήτων μας το έτος 2013 ήταν βασιζόμενοι στις προσπάθειες μας το προηγούμενο έτος να διαμορφώσουμε μια γενικότερη αντίληψη και μια συγκεκριμένη μεθοδολογία αναφορικά με την γενικότερη χρήστη στοχαστικών μεθόδων για την επίλυση ντετερμινιστικών προβλημάτων Μερικών Διαφορικών Εξισώσεων (ΜΔΕ).

Υπάρχει μια πρωτόλεια σύνδεση συγκεκριμένων προβλημάτων ΜΔΕ με την τυχαία κίνηση σωματιδίων. Για παράδειγμα η εξίσωση της θερμότητας μπορεί να προκύψει μέσω του μέσου όρου κατά τη διάρκεια της κίνησης ενός πολύ μεγάλου αριθμού σωματιδίων. Παραδοσιακά, η προκύπτουσα ΜΔΕ μελετάται ως ντετερμινιστική εξίσωση, μια προσέγγιση που έχει φέρει πολλά σημαντικά αποτελέσματα και μια βαθιά κατανόηση της εξίσωσης και των λύσεών της. Με τη μελέτη της εξίσωσης θερμότητας όταν λαμβάνονται υπόψη τα ατομικά τυχαία σωματίδια, ωστόσο, μπορεί να κανείς να αυξήσει σημαντικά το επίπεδο κατανόησης του φυσικού φαινομένου και να αποκτήσει βαθύτερη διαίσθηση αναφορικά με το πρόβλημα. Ενώ κάτι τέτοιο είναι ιδιαίτερα επιθυμητό από πολλούς ερευνητές, η προσέγγιση αυτή δεν είναι γενικά διαδεδομένη και δεν παρουσιάζεται σε όλα τα επίπεδα. Σποραδικές μελέτες άπτονται φυσικά του θέματος. Γα παράδειγμα το βιβλίο [11], όπου ο Lawler εισάγει την εξίσωση θερμότητας συνδέοντας την στενά με την έννοια των αρμονικών συναρτήσεων μέσω μιας πιθανολογικής προοπτικής.

Κατά την διάρκεια της αναφερόμενης περιόδου προσπαθήσαμε να αποκτήσουμε μια ξεκάθαρη εικόνα για την σχέση μεταξύ τυχαίων περιπάτων και των γραμμικών ΜΔΕ ιδιαίτερα των ελλειπτικών.

Επικεντρωθήκαμε πρωτίστως στην μελέτη μιας πληθώρας σχετικών εργασιών και στον αρχικό σχεδιασμό και ανάπτυξη των μεθόδων μας. Ιδιαίτερη σημασία δώσαμε στις εξής πρόσφατες σχετικές προσπάθειες [25, 1, 3, 14, 15, 4, 12, 13, 8, 7, 17, 16, 5, 18, 9, 2, 20, 22, 19, 23, 21, 24].

3 Παραδοτέα

Παραδοτέο 2.3.1 Τεχνική έκθεση Το παρόν κείμενο.

Παραδοτέο 2.3.3 Λογισμικό Έχει δοθεί στους συνεργάτες όλων των ομάδων του έργου μια αρχική υλοποίηση του λογισμικού στο επίπεδο του Alpha testing.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

4 Συνεργασίες

Στα πλαίσια των ερευνητικών μας δραστηριοτήτων της δράσης 2.3 μέλη της ομάδας εργασίας του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας έχουν ενημερώσει τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας του έργου σχετικά με τα βασικά στοιχεία και τις αναμενόμενες δυνατότητες των αναδυόμενων υβριδικών μεθόδων.

Στους συναδέλφους των άλλων ομάδων έχει δοθεί μια καταρχήν υλοποίηση της γενικότερης μεθοδολογίας.

5 Σύνοψη και Μελλοντικές Δράσεις

Το επόμενο βήμα στην αναφερόμενη ενότητα είναι η πλήρη ανάπτυξη και η αρχική αξιολόγηση του βασικού υβριδικού αλγορίθμου.

Αναφορές

[1] A. Bignami and E. Cupini. Monte Carlo method for finite difference equations of elliptic type in a multiregion domain. *J. Comput. Appl. Math.*, 8(2):87–92, 1982.

[2] F. M. Buchmann and W. P. Petersen. An exit probability approach to solving high dimensional dirichlet problems. *SIAM Journal of Scientific Computing*, 28(3):1153–1166, 2006.

[3] J. M. DeLaurentis and L. A. Romero. A Monte Carlo method for Poisson's equation. *J. Comput. Phys.*, 90(1):123–140, 1990.

[4] I. T. Dimov and T. V. Gurov. Estimates of the computational complexity of iterative Monte Carlo algorithm based on Green's function approach. *Mathematics and Computers in Simulation*, 47(2-5):183–199, 1998.

[5] I. T. Dimov and R. Y. Papancheva. Green's function Monte Carlo algorithms for elliptic problems. *Mathematics and Computers in Simulation*, 63(6):587–604, 2003.

[6] J. Given and C. Hwang. Edge distribution method for solving elliptic boundary value problems with boundary singularities. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 68(4 2):461281–461286, 2003.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

[7] M. Griebel and M. A. Schweitzer. A particle-partition of unity method for the solution of elliptic, parabolic, and hyperbolic PDEs. *SIAM Journal of Scientific Computing*, 22(3):853–890, 2001.

[8] S. Heinrich. The randomized information complexity of elliptic PDE. *Journal of Complexity*, 22(2):220–249, 2006.

[9] Gregory F. Lawler. *Random Walk and the Heat Equation*. American Mathematical Society, Student Mathematical Library (No. 156), 2010.

[10] R. N. Makarov. Solution of boundary value problems for nonlinear elliptic equations by the Monte Carlo method. *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*, 14(5):453–467, 1999.

[11] M. Mascagni, A. Karaivanova, and Y. Li. A quasi-Monte Carlo method for elliptic partial differential equations. *Monte Carlo Methods and Applications*, 7:283–294, 2001.

[12] G. A. Mikhailov. Recurrent formulae and the Bellman principle in the Monte Carlo method. *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*, 9(3):281–289, 1994.

[13] G. A. Mikhailov. Solving the Dirichlet problem for nonlinear elliptic equations by the Monte Carlo method. *Siberian Mathematical Journal*, 35(5):967–975, 1994.

[14] G. A. Mikhailov and V. L. Lukinov. Probability representations and the Monte Carlo method for solving equations with powers of elliptic operators. *Doklady Mathematics*, 67(3):423–425, 2003.

[15] G. Milstein and M. Tretyakov. The simplest random walks for the Dirichlet problem. *Theory of Probability and its Applications*, 47(1):53–68, 2003.

[16] R. J. Papancheva, I. T. Dimov, and T. V. Gurov. *A new class of grid-free Monte Carlo algorithms for elliptic boundary value problems*, volume 2542, pages 132–139. 2003.

[17] R. Y. Papancheva. *Parallel realization of grid-free Monte Carlo algorithm for boundary value problems*, volume 3743 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 181–188. Springer, 2006.

[18] L. Roman and M. Sarkis. Stochastic Galerkin method for elliptic SPDEs: A white noise approach. *Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series B*, 6(4):941–955, 2006.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

[19] M.N.O. Sadiku, C.M. Akujuobi, S.M. Musa, and S.R. Nelatury. Analysis of time-dependent cylindrical problems using Monte Carlo. *Microwave and Optical Technology Letters*, 49(10):2571–2573, 2007.

[20] N. Simonov. Monte Carlo methods for solving elliptic equations with boundary conditions containing the normal derivative. *Doklady Mathematics*, 74(2):656–659, 2006.

[21] N. Simonov. Random walks for solving boundary-value problems with flux conditions. volume 4310 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 181–188. Springer, 2007.

[22] B. Vajargah and K. Vajargah. Monte Carlo method for finding the solution of Dirichlet partial differential equations. *Applied Mathematical Sciences*, 1(10):453–462, 2007.

[23] J. Vrbik. Monte Carlo simulation of the general elliptic operator. *J. Phys. A: Math. Gen.*, 20(3):2693–2697, 1987.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ
2007-2013
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ