

Γ. Σαριδάκης, Ε. Παπαδοπούλου, Ε. Μαθιουδάκης, Α. Σηφαλάκης, Π. Στρατής  
Μ. Παπαδομανωλάκη, Ν. Βιλανάκης, Ι. Αθανασάκης

## Εισαγωγή

Κύριος στόχος της Δράσης 2.1 ήταν να αναπτύξουμε μεθόδους Collocation, υψηλής τάξεως, οι οποίες θα μπορούν να επιλύουν μη κλασσικά προβλήματα πολλαπλών χωρίων. Για την επικύρωση των μεθόδων, αναπτύξαμε κατάλληλους σειριακούς και παράλληλους αλγόριθμους τους οποίους εφαρμόσαμε σε σύγχρονα προβλήματα (Προβλήματα Ιατρικής και Περιβαλλοντικής Μηχανικής).

## Ασυνεχής Collocation

Η κύρια εξίσωση πάνω στην οποία αναπτύξαμε την ασυνεχή Hermite Collocation είναι η αδιάστατη γενική Μη Γραμμική Εξίσωση της μορφής:

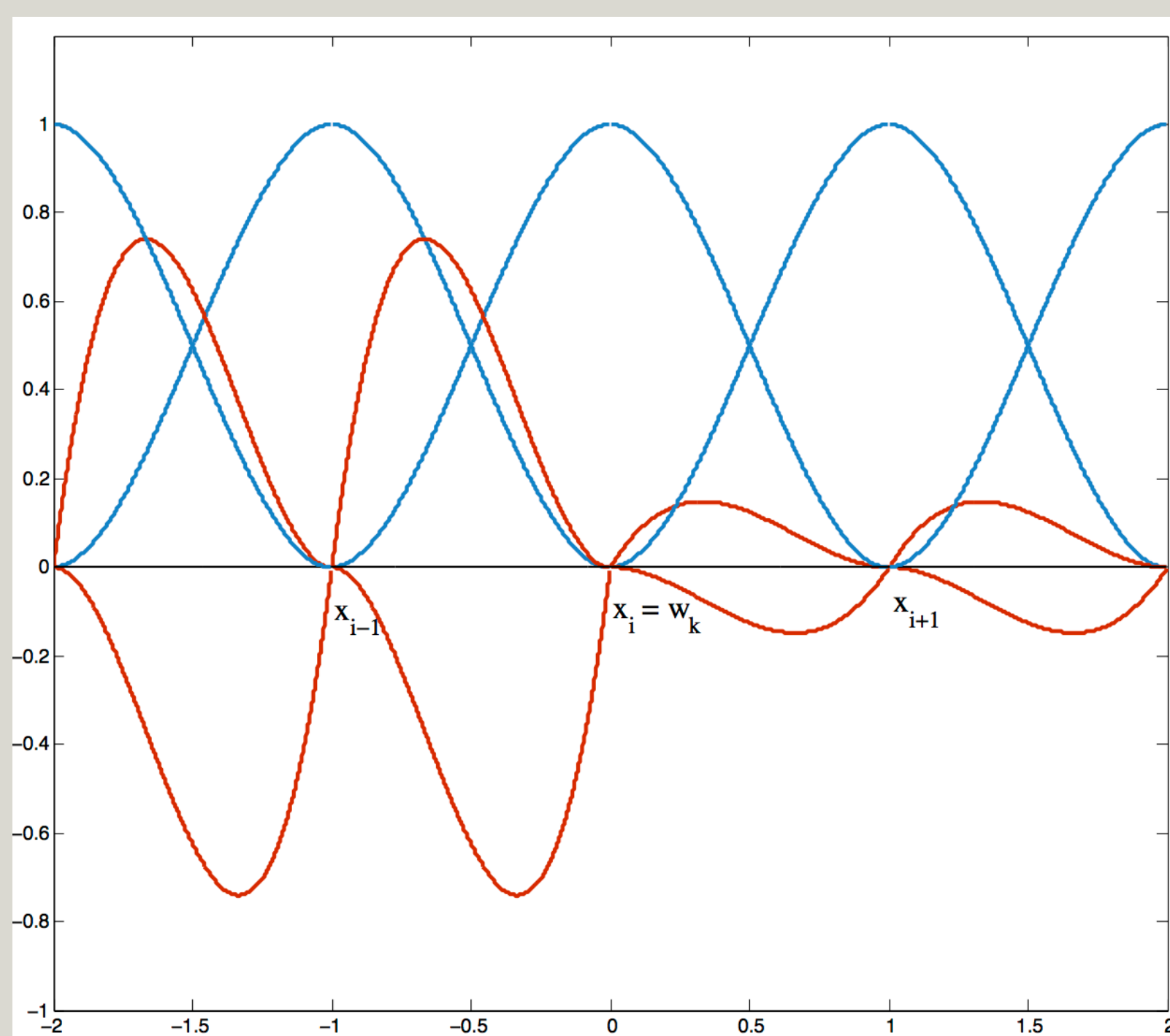
$$u_t = \nabla \cdot (D\nabla u) + \mathcal{L}(u) + \mathcal{G}(u)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} = 0, u(\bar{x}, t) = f(\bar{x})$$

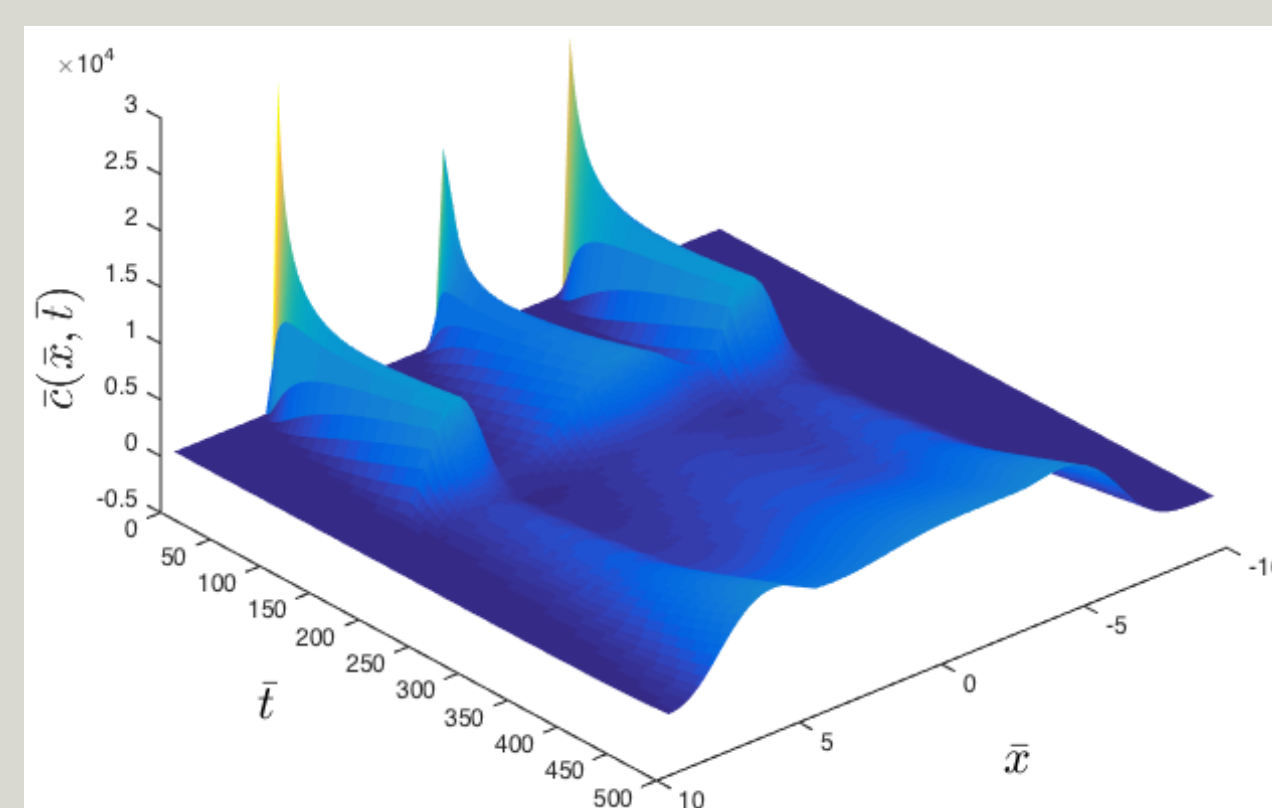
η οποία, με τους κατάλληλους τελεστές  $\mathcal{L}(u), \mathcal{G}(u)$  μπορεί να μοντελοποιήσει προβλήματα διάφορων επιστημονικών περιοχών και ειδικότερα, προβλήματα Βιολογικής Εισβολής Πληθυσμών, Ιατρικής και Περιβαλλοντικής Μηχανικής. Εμείς κυρίως ασχοληθήκαμε με προβλήματα όπου ο συντελεστής διάχυσης είναι ασυνεχής και περιγράφει προβλήματα πολλαπλών πεδίων.

$$D = \begin{cases} \gamma_1, & \bar{x} \in \Omega_1 \\ \gamma_2, & \bar{x} \in \Omega_2 \\ \vdots & \vdots \\ \gamma_k, & \bar{x} \in \Omega_k \end{cases}$$

Χρησιμοποιώντας τις συνθήκες που προκύπτουν στα σημεία/γραμμές διαπαφής δημιουργήσαμε τα Ασυνεχή Πολυώνυμα Hermite.

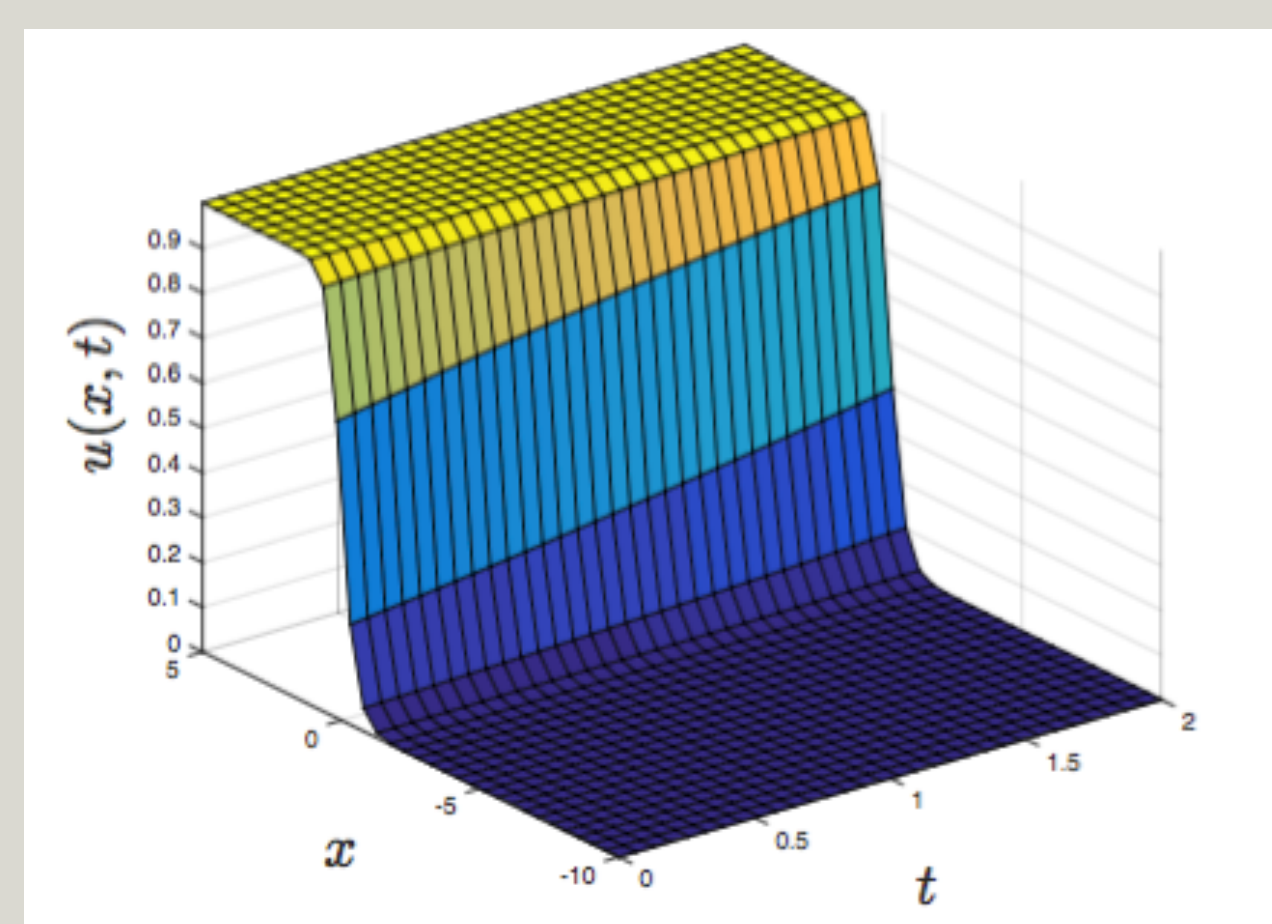


## Αριθμητικά Αποτελέσματα



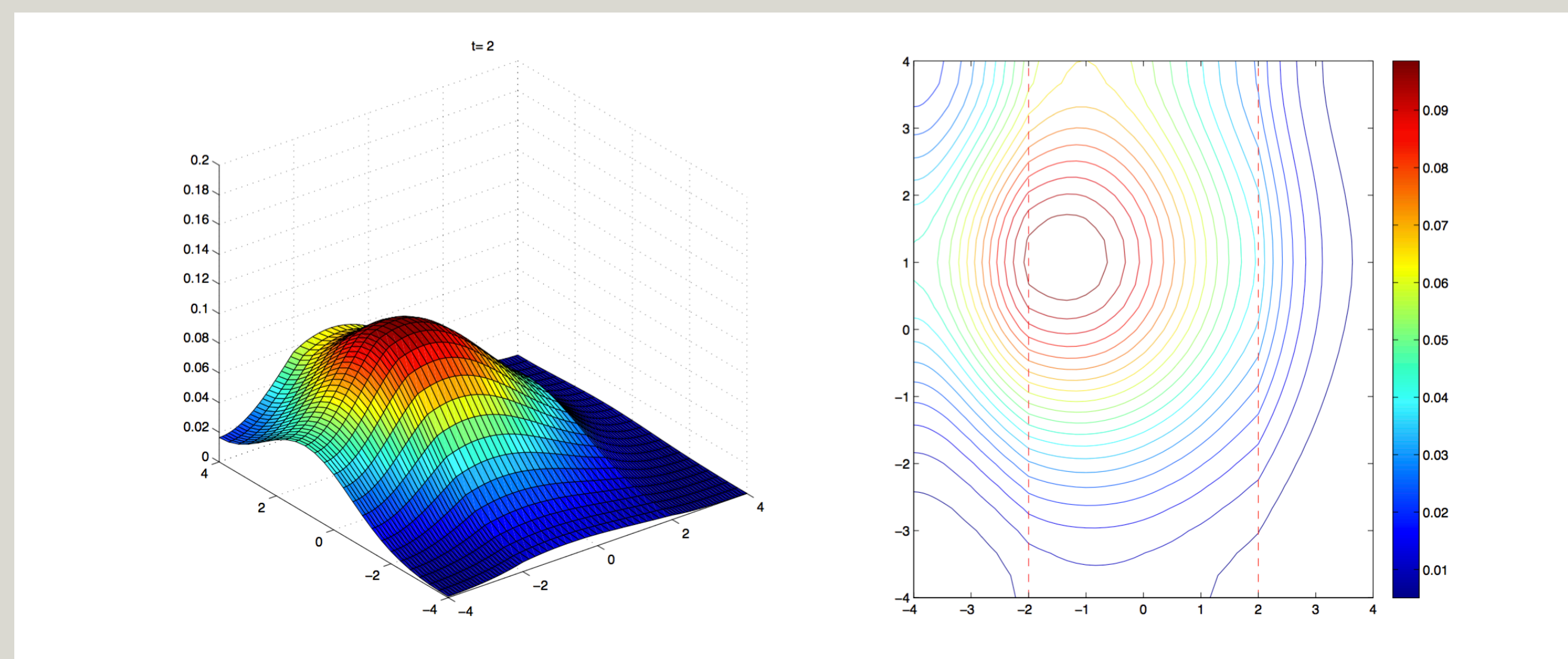
Εξίσωση με θεραπεία στις 1+1 διαστάσεις

$h$	Error	O.o.c
1/8	$2.65e-06$	-
1/16	$1.73e-07$	3.93
1/32	$1.09e-08$	3.98
1/64	$6.88e-10$	3.99
1/128	$4.10e-11$	4.06



Εξίσωση KPP στις 1+1 διαστάσεις

$h$	Error	O.o.c
1/4	$2.17e-04$	-
1/8	$1.42e-05$	3.93
1/16	$8.84e-07$	4.00
1/32	$5.52e-08$	4.00
1/64	$3.45e-09$	4.00



Μη γραμμική εξίσωση στις 2+1 διαστάσεις

$h_x = h_y$	Error	O.o.c
1/4	$2.98e-03$	-
1/8	$7.33e-06$	8.66
1/16	$4.89e-07$	3.90
1/32	$3.10e-08$	3.97
1/64	$1.94e-09$	3.99

## Παραδοτέα

- I.E. Athanasakis, M.G. Papadomanolaki, E.P. Papadopoulou and Y.G. Saridakis, *Discontinuous Hermite Collocation and Diagonally Implicit RK3 for a Brain Tumour Invasion Model*, WCE 2013
- I.E. Athanasakis, E.P. Papadopoulou and Y.G. Saridakis, *Discontinuous Hermite Collocation and IMEX Runge-Kutta for a Treated Quasi-linear Heterogeneous Brain Tumor Model*, CSCC 2015
- I.E. Athanasakis, N.D. Vilanakis and E.N. Mathioudakis, *Solving Discontinuous Collocation Equations for a class of Brain Tumor Models on GPUs*, WCE 2015
- I.E. Athanasakis, E.P. Papadopoulou and Y.G. Saridakis, *Discontinuous Hermite Collocation and IMEX Runge-Kutta for multi-domain Nonlinear Parabolic PDEs: Application in Brain Tumor Modeling*, (submitted)