



MATENVMED : Πλατφόρμα Μαθηματικών Μεθόδων και Λογισμικού για την Επίλυση Προβλημάτων Πολλαπλών Πεδίων σε Σύγχρονες Υπολογιστικές Αρχιτεκτονικές

Δράση 2.2 : Μέθοδοι Χαλάρωσης στις Διεπαφές - ΜΧΔ

Σκοπός

Η δημιουργία και η μελέτη νέων προχωρημένων μεθόδων χαλάρωσης στη διεπαφή κατάλληλες για προβλήματα με σύνθετες ΜΔΕ και ιδιαίτερα κατάλληλες για την αντιμετώπιση ασυνεχειών στους συντελεστές τους.

- Συγκεκριμένα, η δράση υλοποιεί τους εξής επιμέρους στόχους:
- (i) ανασκόπηση μεθόδων για επίλυση προβλημάτων πολλαπλών φυσικών και χωρίων,
 - (ii) ανασκόπηση υπαρχόντων μεθόδων χαλάρωσης στη διεπαφή για ελλειπτικά και παραβολικά προβλήματα,
 - (iii) έλεγχο και επαλήθευση αλγορίθμων ΜΧΔ σε προβλήματα με μη-κανονικά πεδία,
 - (iv) έλεγχο και επαλήθευση αλγορίθμων με ασύγχρονη συμπεριφορά και
 - (v) έλεγχο και επαλήθευση των ΜΧΔ σε προβλήματα που προκύπτουν από τις εφαρμογές του έργου.

Μεθοδολογία Χαλάρωσης στις Διεπαφές

1. Ορισμός αρχικών τιμών της συνάρτησης (ή και των παραγώγων) σε όλες τις διεπαφές όλων των υποχωρίων για να χρησιμοποιηθούν σαν συνοριακές συνθήκες.
2. Επίλυση του κάθε απλού προβλήματος ΜΔΕ, ταυτόχρονα σε όλα τα υποχωρία με τις κατάλληλες συνοριακές συνθήκες.
3. Σύγκριση των νέων τιμών (με τις προηγούμενες) πάνω στις διεπαφές. Υπολογισμός νέων βελτιωμένων τιμών χρησιμοποιώντας κατάλληλη ΜΧΔ.
4. Επιστροφή στο Βήμα 2, μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση.

Κατηγορίες αλγορίθμων για προβλήματα ισορροπίας.

Jacobi	Gauss-Seidel	Newton
Ορισμός αρχικής τιμής (u_1^0, u_2^0) Για $k=1,2,\dots$ (έως ότου παρατηρηθεί σύγκλιση)		
Υπολόγισε τις u_1^{k+1}, u_2^{k+1} :	Υπολόγισε τις u_1^{k+1}, u_2^{k+1} :	Υπολόγισε το δu :
$F_1(u_1^{k+1}, u_2^k)=0$ $F_1(u_1^k, u_2^{k+1})=0$	$F_1(u_1^{k+1}, u_2^k)=0$ $F_1(u_1^k, u_2^{k+1})=0$	$J(u^k)\delta u = -F(u^k)$ Υπολόγισε $u^{k+1} = u^k + \delta u$
Τέλος βήματος επαναληπτικής διαδικασίας		

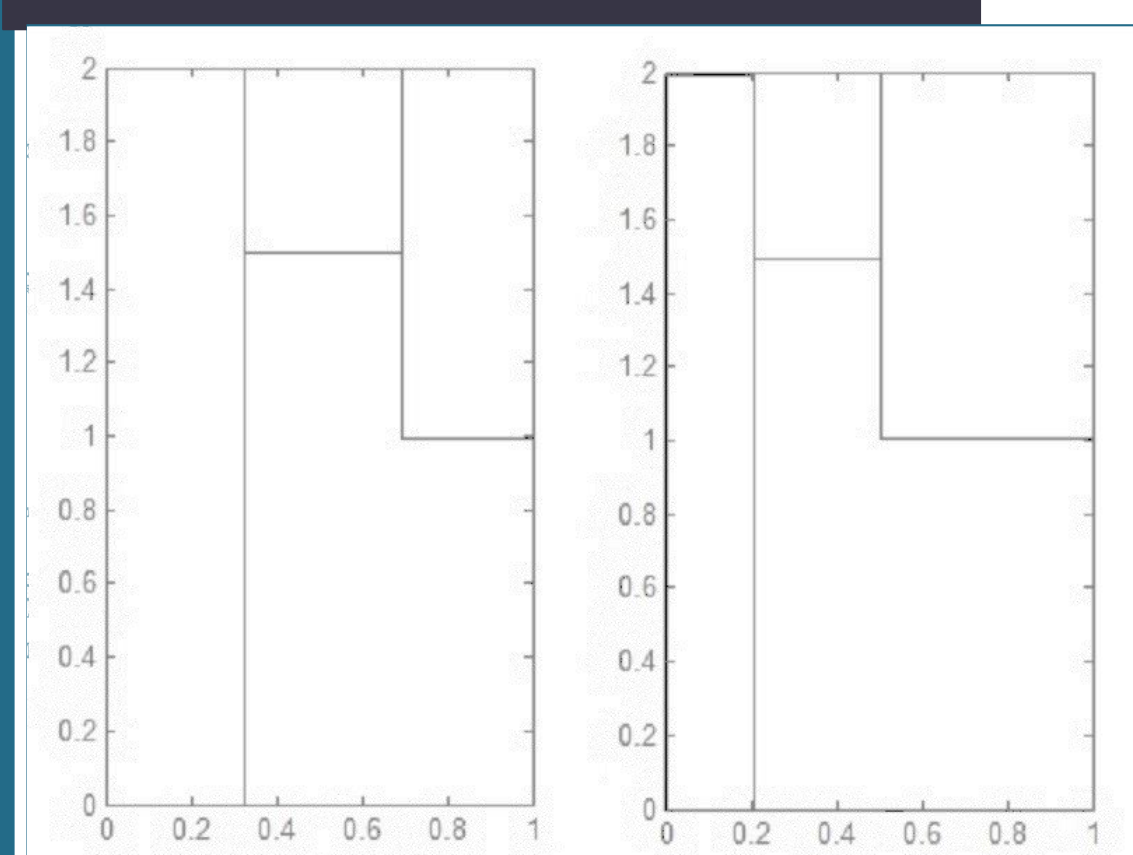
Αλγόριθμοι για προβλήματα εξέλιξης.

Ορισμός αρχικής συνθήκης ($u_1^0(t), u_2^0(t)$) Για $n = 1, \dots, N_t$
Προχωρούμε ένα βήμα στο χρόνο για την u_1 λύνοντας την $\partial_t u_1 = f_1(u_1, u_2(t_{n-1}))$
Προχωρούμε ένα βήμα στο χρόνο για την u_2 λύνοντας την $\partial_t u_2 = f_2(u_1(t_n), u_2)$
Τέλος βήματος επαναληπτικής διαδικασίας

Ευχαριστίες

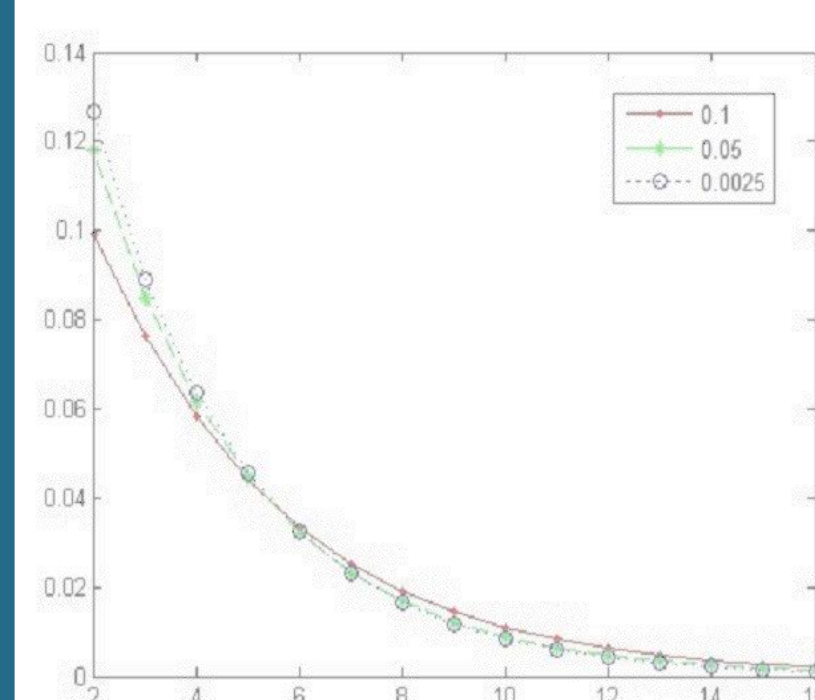
Η παρούσα ερευνητική εργασία έχει συγχρηματοδοτηθεί από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο ΕΚΤ) και ελληνικά εθνικά κονδύλια μέσω του Επιχειρησιακού Προγράμματος Εκπαίδευσης και Δια Βίου Μάθησης του Εθνικού Στρατηγικού Πλαισίου Αναφοράς (ΕΣΠΑ) – Ερευνητικό Πρόγραμμα Χρηματοδότησης: ΘΑΛΗΣ. Επένδυση στην κοινωνία της γνώσης μέσω του Ευρωπαϊκού Κοινωνικού Ταμείου (MIS 379.416).

Αποτελέσματα



Χωρία 2 ΜΔΕ

Επαλήθευση σύγκλισης αλγορίθμων



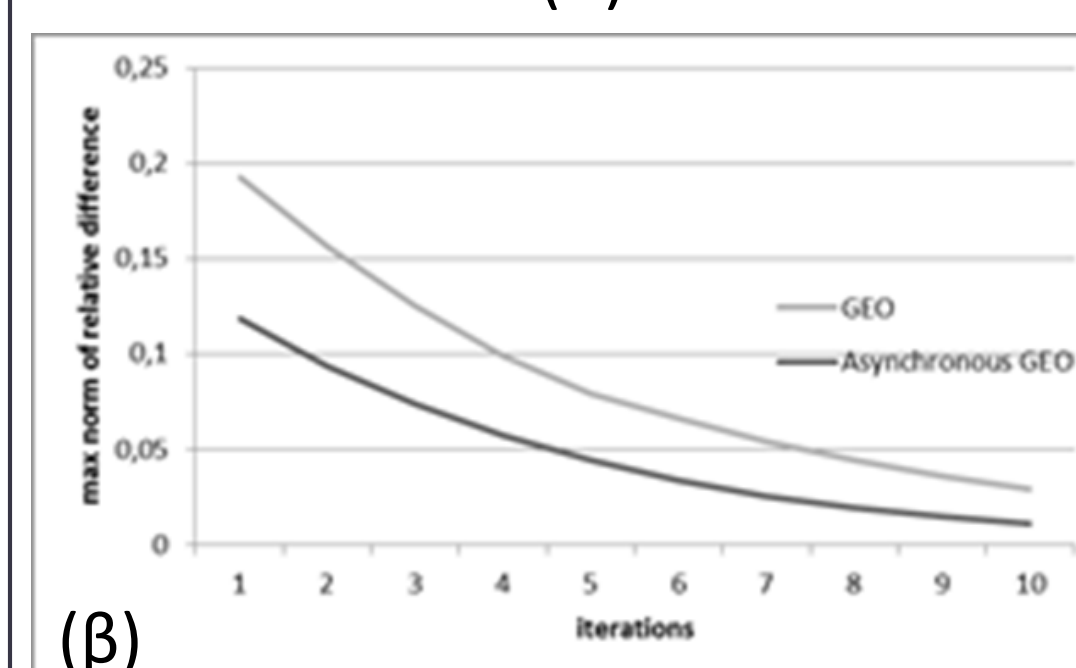
Ιστορικό σύγκλισης

Προβλήματα για επαλήθευση αλγορίθμων

case	h	Uniform problem			Non-uniform problem		
		left	middle	right	left	middle	right
c1	0.1	4x21	4x6	4x11	3x21	4x6	6x11
c2	0.05	8x41	8x11	8x21	5x41	7x11	11x21
c3	0.025	14x81	14x21	14x41	9x81	13x21	21x41
c4	0.0125	28x161	28x41	28x81	17x161	25x41	41x81
c5	0.00625	55x321	55x81	55x161	33x321	49x81	81x161
c6	0.003125	108x641	108x161	108x321	65x641	97x161	161x321
c7	0.0015625	214x1281	214x321	214x641	129x1281	193x321	321x641

Case	Execution Times	
	Asynchronous GEO	Synchronous GEO
c1	12.12	3.495
c2	12.361	4.068
c3	11.81	6.14
c4	7.727	13.595
c5	14.805	39.808
c6	38.022	154.633
c7	256.084	723.731

(α)



Σύγχρονη vs Ασύγχρονη GEO, χρόνοι (α) και ακρίβεια (β)

Νέες ΜΧΔ - Εφαρμογή σε πρόβλημα υφαλμύρισης σε υδροφορέα στην Κάλυμνο

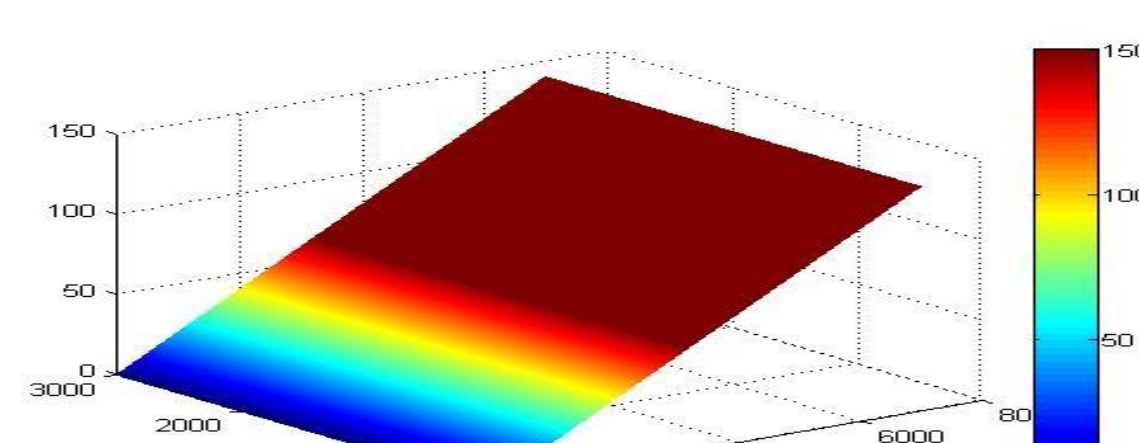
$$g_{i,j} = K_j \frac{\partial u_j^{(k)}}{\partial \eta_{j,i}} + \lambda_{i,j} u_j^{(k)}, \text{ on } \Gamma_{i,j}, i, j = 1, \dots,$$

Νέα ROB

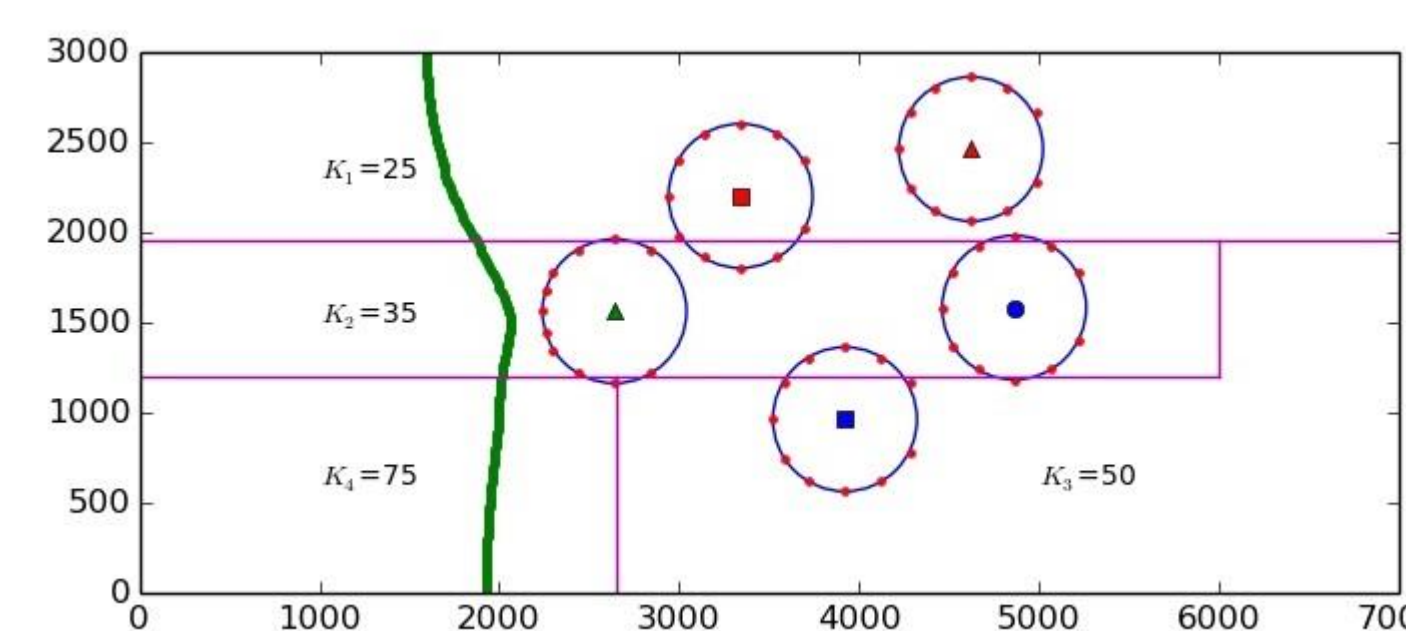
$$-K_i \frac{\partial u_i^{(k+1)}}{\partial \eta_{i,j}} + \lambda_{i,j} u_i^{(k+1)} = g_{i,j}, \text{ on } \Gamma_{i,j}, j = \dots$$

$$g_{i,j} = \frac{u_i^{(k)} + u_j^{(k)}}{2} - \rho_i \left(K_i \frac{\partial u_i^{(k)}}{\partial \eta_{i,j}} - K_j \frac{\partial u_j^{(k)}}{\partial \eta_{j,i}} \right), \text{ on } \Gamma_{i,j}, i, j = 1, \dots,$$

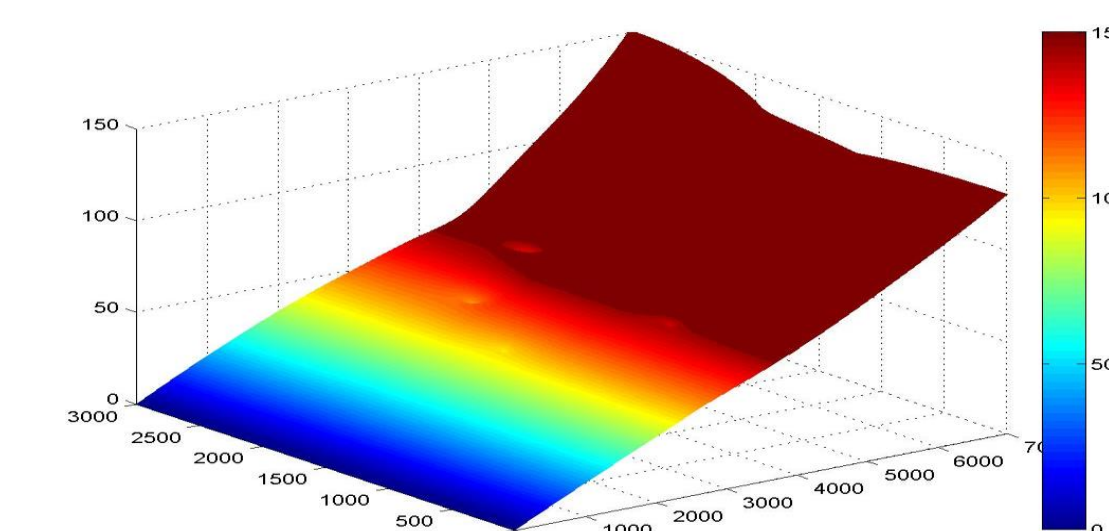
Αρχική τιμή



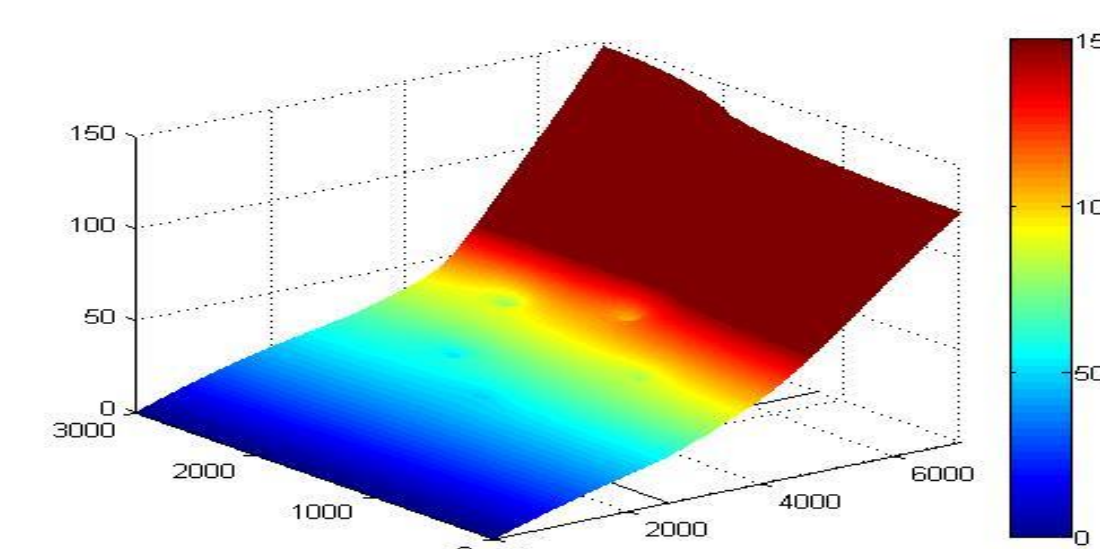
Νέα GEO



$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + N - Q = 0$$



ROB-FEniCS, 7^η επανάληψη



ALOPEX-FEniCS

|ROB-ALOPEX|, 7^η επανάληψη



Technical
University of Crete



University
of Thessaly



University
of Patras



OPERATIONAL PROGRAMME
EDUCATION AND LIFELONG LEARNING
Investing in Knowledge Society
MINISTRY OF EDUCATION & RELIGIOUS AFFAIRS
MANAGING AUTHORITY
European Social Fund
Co-financed by Greece and the European Union

